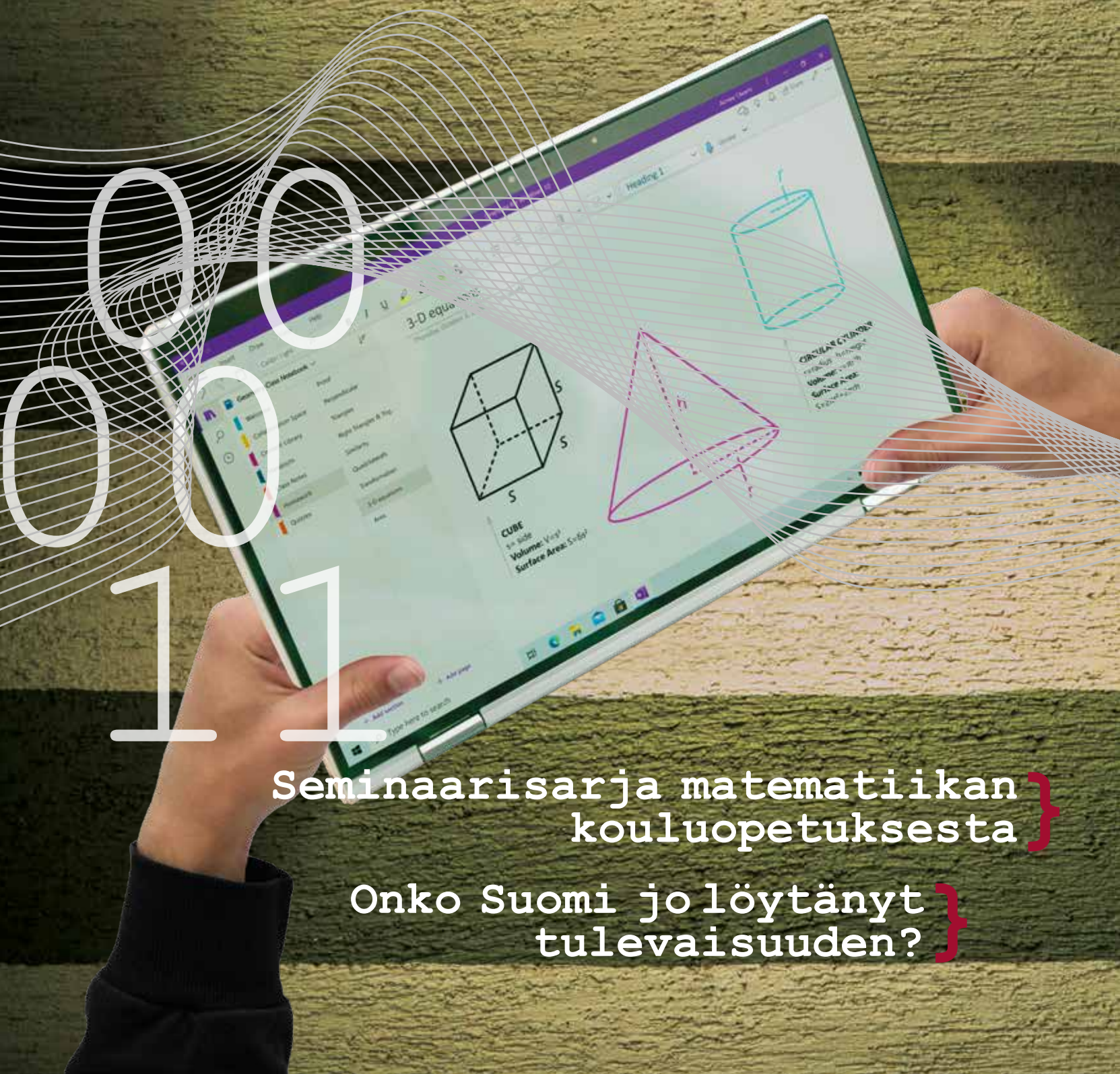


MAT

LEHTI 3-2022

MATEMAATTIS-LUONNONTIETEELLISTEN ALOJEN AKATEEMISET



Seminaarisarja matematiikan
kouluopetuksesta }

Onko Suomi jo löytänyt
tulevaisuuden? }



Onko mielessäsi hyvä jutun aihe?
Muistissa hauska tai haastava työjuttu?
Oletko lukenut mielenkiintoisen kirjan,
joka kiinnostaisi kenties myös kollegoita?

Kirjoita tai ideoi juttu MAL-lehteen!

Lehteen tarvitaan eri pituisia ja eri aiheisia kirjoituksia jatkuvasti ja kaikenlaiset alaa sivuavat jutunaiheet ovat tervetulleita!

Tartu kynään ja kirjoita lehtemme artikkeli haluamastasi aiheesta. Jutun pituus 2500-6000 merkkiä ja lisäksi kuva/kuvia mahdollisuuksien mukaan.

Erityisesti toivomme saavamme uratarinoita, mutta myös aivan vapaamuotoiset muut kirjoitukset sopivat lehtemme.

Kirjoittamasi artikkelin voit lähettää lehtemme päätoimittajalle **Suvi Lahdenmäelle** (suvi.lahdenmaki@gmail.com) ja/tai MALin tiedottajalle Ilkka Norrokselle (tiedottaja@mal-liitto.fi).

Jos et itse halua kirjoittaa artikkelia, mutta sinulla on kiinnostava aihe, niin senkin voi lähettää edellä mainituille henkilöille. Etsimme sitten sopivan kirjoittajan. •



PHOTOMATH

Tekniikan Maailman numerossa 19/2022 on lyhyt kirjoitus laskinsovelluksista. Esitettyjen sovellusten joukossa on *Photomath*, joka on ilmainen sovellus ja on saatavilla puhelimen sekä Android- että iOS-käyttöjärjestelmiin.

Photomath on työkalu, jota voi käyttää matematiikan opiskelun tukena. Paperille kirjoitettu laskutoimitus kuvataan puhelimen kameralla, jonka jälkeen se ratkaistaan. Koska laskutoimitukset kirjoitetaan paperille, onnistuu hankalienkin matemaattisten symbolien syöttö helposti.

Sovelluksen laskemiskyky on erittäin kattava. *Photomath* laskee peruslaskutoimitusten lisäksi mm. derivaatat ja integraalit. Kannattaa kokeilla.

{MAL} 3-2022

MALin ja MAOLin seminaarisarja matematiikan kouluopetuksesta
lähti liikkeelle varhaiskasvatuksesta

4

Onko Suomi jo löytänyt tulevaisuuden?

8

MALin elokuvaesitykset The Man Who Knew Infinity

9

Emmy Noether

10

Täydellinen päivä

15



PUHEENJOHTAJA



Kouluopetukseen tarvitaan juurihoitoa

Yliopistoissa ja yrityksissä on esille noussut huoli matematiikan ja luonnontieteiden kouluissa saavutettavan oppimistason heikentymisestä. Ongelma näkyy jo kauttaaltaan opetuksessa: PISA-tulokset ovat romahtaneet; varhaisnuoret eivät kiinnostu matemaattisista aineista: pitkäjännitteinen ajattelutyö ei innosta; lukiolaiset kokevat matemaattiset aineet haastaviksi; korkeakouluissa aloittavilla on suuria puutteita; alan opettajien aloituspaikat eivät täyty; yliopistoissa joudutaan antamaan tukiovetusta riittävän aloitustason saavuttamiseksi. Osaajista on puutetta samaan aikaan, kun monet ristikkäiset ongelmat vaativat yhä monipuolisempien kokonaisuuksien hallintaa.

Tilanne on valtakunnallisesti vakava. Tutkimukseen ja kehitystyöhön perustuva talouden uudistuminen on vaarassa. Matemaattis-luonnontieteellisten alojen akateemiset (MAL) aloitti keskustelun ongelman ratkaisemisesta keväällä 2022. Valmistelussa nousi esille opetuksessa tarvittava juurihoito, joka ulottuu kaikille kouluopetuksen tasoille. MAL päätti aloittaa yhteistyössä Matemaattisten aineiden opettajien liiton (MAOL) kanssa seminaarisarjan matematiikan kouluopetuksen kehittämiseksi. Seminaarisarja etenee vaiheittain: varhaiskasvatus ja alakoulu, yläkoulu, lukio ja ammatillinen koulutus.

Ensimmäisen Oulussa pidetyn seminaarin aiheena oli matematiikka varhaiskasvatuksessa ja alakoulussa. Juurihoitoa tarvitaan matematiikan osaamisen kerroksittaisen rakentumisen varmistamiseen jo opintien alussa. Omaksumisen edellytyksenä on, että ymmärtää mistä on kysymys. Varhaiskasvatuksessa ja alasteella opetusmateriaalin avulla pyritään herättämään kiinnostusta matematiikkaan. Motivaatio rakentuu onnistumisen kokemuksien kautta. Vieraantuminen on vaarana, jos opetus etenee liian nopeaan tahtiin. Miten tällainen tasapainoinen opetus on toteutettavissa hyvinkin erilaisilla tasoilla oleville oppilaille nykyisissä heterogeenisissä luokissa?

Valtakunnallisen seminaarisarjan painopisteenä on aluksi matematiikka, luonnontieteiden ja tekniikan yhteinen kielenä. Luonnontieteet tulevat vahvasti esille sarjan toisessa seminaarissa, joka painottuu yläkoulun matematiikkaan ja luonnontieteisiin sekä tietoteknisten taitojen vahvistamiseen. Keskeistä olisi hahmottaa matematiikan, luonnontieteiden ja teknologian hyödyllisyys jokapäiväisessä elämässä, elinympäristössä ja yhteiskunnassa. Ammatillinen koulutus täydentää tätä: Lukio jatkaa tavoitteenaan tuoda valmiuksia ymmärtää, soveltaa ja tuottaa sekä arvioida matemaattisesti esitettyä tietoa ja edistää matemaattis-luonnontieteellisen ajattelun merkitystä eri alojen kehittämisessä. Täydennyskoulutuksen vahvistaminen eri aloilla on tärkeää. Myös akateemisen täydennyskoulutuksen tarve kasvaa muuttuvissa olosuhteissa.

Korkeakoulujen ja työelämän vaatimukset tulee pitää mukana koulutuksen pitkässä ketjussa. Motivaation kehittämistä ja ylläpitämistä kaikissa vaiheissa tuomaan myös aiemmin turhautuneita mukaan. Yliopistojen kouluyhteistyön laajentaminen on olennaista.

• Esko Juuso

PÄÄTOIMITTAJA



Tekoäly tenhoa

Tekoäly on nyt tullut ryminällä someen. Suosituinta sen käyttö taitaa tällä hetkellä olla TikTokissa, jossa sitä on hyödynnetty jo jonkin aikaa. Suositua on ollut mm. esittää tekoälylle tehtäviä tai kysymyksiä, ja se tekee aiheesta kuvan. Tehtävät voivat olla sellaisia kuin ”näytä viimeinen ihminen maailmassa” (ja kuva esittää todennäköisesti apokalyptista maailmaa, jossa rähjäntynyt viimeinen ihminen seisoo maisemassa) tai ”mitä tapahtui Malesian kadonneelle lentokoneelle” (ja ilmestyvässä kuvassa on todennäköisesti lentokone jossain mystisessä paikassa). Eli se ikään kuin kertoo ennustuksia tai asioita, joita emme voi tietää. Tai kuvat voivat olla viihteellisempiä, kuten ”tee Beatles Simpsons-hahmoina”. Ja AI (Artificial intelligence) toteuttaa sen.

Viimeisin villitys on tekoälyn luomat avatar-hahmot tekijästään. Aiemmat hassunhauskat pupunkorva-filtterit eivät tunnu enää missään, kun AI luo sekunneissa kuvaamastaan henkilöstä useita erilaisia, yleensä melko manga-henkisiä, taidokkaita avattaria.

Tekoälyn luomat kuvat tuovat mieleen 1920-luvulla syntyneen taidesuunnan, surrealismin. Sana on ranskaa ja tarkoittaa ylitodellisuutta. Tämä kirjallisuuden ja kuvataiteen suuntaus pyrki tuomaan esiin ihmisen tiedostamattoman, alitajuisen maailman. Kuvat olivat myös unenomaisia. Samanlaista alitajuntaista kiehtovuutta on tekoälyn luomassa taiteessa. Nyt taide syntyy sekunneissa ja siihen pystyy yhdistelemään mitä erilaisempia asioita. Ei ihme, että luovan alan ihmiset alkavat jo huolestua, tarvitaanko heitä kohta mihinkään.

Tässä lehdessä kuulumisia MALin ja MAOLin seminaarisarjan ensimmäisestä seminaarista Oulussa, jossa keskityttiin matematiikkaan varhaiskasvatuksessa. Lisäksi kuullaan järjestön elokuvailloista ja opiskelijoiden IntegraatioFesteistä. Muutama hyvä kirjavinkki on tarjolla ja asiaa eräästä matematiikan uranuurtajasta.

Nyt vaan odottelemaan, milloin tekoäly vastaa tämänkin lehden teosta. Siihen saakka kuitenkin ihan ihmiseltä ihmiselle: hyvää uuden vuoden alkua, ja tunnelmallisia talvipäiviä!

• Suvi Lahdenmäki

MALin ja MAOLin seminaarisarja matematiikan kouluopetuksesta lähti liikkeelle varhaiskasvatuksesta

MAL aloitti tänä vuona seminaarisarjan matematiikan kouluopetuksen kehittämisestä yhteistyössä Matemaattisten aineiden opettajien liiton (MAOL) kanssa. Motivaationa oli yliopistoissa ja yrityksissä esille noussut huoli matematiikan ja luonnontieteiden oppimistason heikentymisestä. Asiaa pohdittaessa todettiin pian, että oppimisen oleelliseen parantamiseen tarvitaan ”juurihoitoa”, joka ulottuu kaikille kouluopetuksen tasoille. Päädyttiin seminaarisarjaan, joka etenee vaiheittain: varhaiskasvatus ja alakoulu, yläkoulu, lukio ja ammatillinen koulutus. Muutkin luonnontieteet tulevat esille seminaarisarjan aikana.



Ensimmäinen seminaari pidettiin Oulussa Kastellin monitoimitalossa 11. marraskuuta 2022, aiheena matematiikka varhaiskasvatuksessa ja alakoulussa. Ohjelmassa oli paneelikeskustelu sekä opetusmateriaalien esittelypisteitä. Tilaisuuden avasi MALin puheenjohtaja **Esko Juuso** ja vetäjänä toimi vuoden 2020 matematiikan opettajajaksikin valittu oululainen **Piia Haapsaari**. Tapahtuman videotallenne löytyy sivulta mal-liitto.fi/tapahtumat_menneita/menneet-tapahtumat/koulu-opetusseminari-i-oulu

Seuraavassa artikkelikokonaisuudessa on kirjoitukset kaikilta neljältä panelistilta: **Minna Hannula-Sormunen** (Turun yliopisto), **Tuire Koponen** (Jyväskylän yliopisto), **Päivi Perkkilä** (Kokkolan yliopistokeskus Chydenius) ja **Pekka Peura** (Dragonbox Finland, Helsinki).

Matikkalaseilla joustavaa matematiikkaa löytyy kaikkialta ihan pienestä pitäen

Matemaattiset taidot alkavat kehittyä lapsella jo heti syntymästä lähtien, ihan yhtä luontevasti kuin kielellisetkin taidot. Varhaisten matemaattisten taitojen eli ”Pikkumatikan” kehityksen tukemisessa arjen tilanteet ja niissä käyttämämme matemaattinen ajattelu ja käsitteet ovat keskeisimmässä roolissa. Pikkumatikkaan ei tarvita erityisiä välineitä, vaan sopivaa matemaattista havainnointia löytyy ihan joka puolelta. Aikuisen on tärkeä havainnoida ja tunnistaa lapsen matemaattista ajattelua sekä arkisissa tilanteissa että ohjatuissa leikki- ja toimintatilanteissa, jotta hän pystyisi rikastamaan ja ohjaamaan lapsen matemaattista ajattelua kohti täsmällisempää käsitteistöä ja kehittyneempiä taitoja osana merkityksellisiä oppimistilanteita. Lapselle mielekkäät ja motivoivat matemaattiset leikki- ja toimintaympäristöt sisältävät luonnostaan toimintaa, joissa tunnistetaan lukumääriä, lasketaan torikauppiaan kurkkuja, vertailaan kummalla on enemmän mandariininlohkoja, ja mietitään, miten nallekarkit jaetaan kaikille tasan. Toiminnan osana kiinnitetään huomio esimerkiksi muotoihin, suuntiin, keskinäisiin suhteisiin ja säännönmukaisuuksiin, joita opetellaan yhdessä nimeämään, tunnistamaan ja käyttämään hyödyksi. Arjen ongelmanratkaisutilanteissa pohditaan yhdessä ratkaisuvaihtoehtoja ja perustellaan vastauksia. Nenälle laitetaan matikkalaseit, joiden avulla matemaattisten piirteiden havainnoinnista tulee arkipäivää kaikille lapsille. Varhaiskasvatuksessa on erittäin tärkeää tukea kaikkien lasten matemaattista kehitystä leikkiä ja yhteistä toimintaa hyödyntäen ja riittävän aikaisin, ennen kuin erot ikätovereihin ovat revähtäneet liian suuriksi. Arjen pienet hetket matemaattisine oivalluksineen ovat Pikkumatikan kultahippuja!

Peruskoulussa matematiikan opetus suunnitelmien mukaan matematiikan opetuksen tehtävänä on kehittää oppilaiden loogista, täsmällistä ja luovaa matemaattista ajattelua. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) tiedon arviointi ja kriittinen ajattelu ovat tavoitteena paitsi eri oppiaineissa myös kaikkia oppiaineita läpäisevissä laaja-alaisen osaamisen alueissa. Matemaattisten taitojen käyttäminen ja soveltaminen uusin tehtäviin ja tilanteisiin alkuperäistä opetustilannetta laajemmassa kontekstissa on matematiikan opetuksen tärkeimpiä tavoitteita. Näiden tavoitteiden konkretisoiminen opetukseen on kuitenkin esimerkiksi KARVIN 2020 arviointiraportin mukaan puutteellista. Turun, Oulun, Jyväskylän yliopistojen ja Åbo Akademin yhteisessä Joustavaan Matematiikkaan

-täydennyskoulutushankkeessa viimeisen neljän vuoden aikana on käynyt ilmeiseksi, että joustavan matemaattisen ajattelun esiin nostolle on ollut tarvetta, niin oppimateriaaleista kuin opetuksesta. Matematiikan opetuksessa on enemmän keskitytty mekaaniseen harjoitteluun, erillisten osataitojen ja käsitteiden harjoitteluun rajatuilla tehtävillä kuin varsinaisesti joustavuuden tai matematiikan käytön harjoitteluun matematiikan formaalien tehtävien ulkopuolella. Matemaattisten operaatioiden ja käsitteiden ymmärtäminen ja kokeminen mielekkäinä omalle ajattelulle ja toiminnalle ovat kuitenkin kaikenikäisille ja -tasoisille ensiarvoisen tärkeitä matemaattisten taitojen rakentumisen osatekijöitä. Matikkalaseilla on käyttöä vielä peruskoulussa, lukiossa ja opettajakoulutuksessakin.

Joustavaan Matematiikkaan -hankkeessa meillä on Turun, Oulun ja Jyväskylän yliopiston sekä kansainvälisten asiantuntijoiden matematiikan oppimisen ja opetuksen tutkijoiden yhteisvoimin rakentamia täydennyskoulutuskursseja käynnissä 17 kappaletta varhaiskasvatukseen, alakouluun, yläkouluun ja lukioon keskittyen. Maksuttomat verkkokurssit pyörivät vielä 2023 lopulle saakka ja niistä löytyy lisätietoa sivustolta www.flexibility.fi. Tutkimusperustaisilla kursseilla kiitosta ovat saaneet monipuoliset tehtäväesimerkit ja videot luokkatilanteista ja lapsista. Punaisena lankana kursseilla kulkee lasten ja nuorten havainnointi ja matemaattiseen ajatteluun keskittyminen, sen näkyväksi tekeminen sanallistamalla ja näyttämällä. Kun huomio kiinnitetään matematiikan oppimisessa oppilaiden ajatteluun laskujen lopputulosten oikeellisuuden sijasta, esille pääsee vaihtoehtojen ratkaisutapojen vertailu ja omien ratkaisumallien perustelu yhden oikean ratkaisun sijasta. Virheitäkään ei tarvitse pelätä, vaan niitä voi opetella löytämään itse. Matematiikan opetuksen pitäisi tuottaa kaikille oppijoille taitoja, joita osataan käyttää myös uusissa tehtävissä ja tilanteissa. Tämä ei monikymmenvuotisen tutkimusnäytön mukaan onnistu kovin hyvin mekaanista toistoa harjoittavilla, pieniksi osasuorituksiksi pilkottuilla tehtävillä. Harjoitusta tarvitaan paljon ja sen on oltava monipuolista ja mielekästä. Rohkaisen lämpimästi tutustumaan JoMa-kursseihin, niiden saama palaute on yllättänyt positiivisuudellaan meidät tekijät perinpohjaisesti. Nöyrä kiitos kurssilaisille, myös me olemme oppineet kurssilaisilta paljon! •

Minna Hannula-Sormunen

Professori, Joustavaan Matematiikkaan -täydennyskoulutushankkeen johtaja
Turun yliopisto

Matematiikan oppimisvaikeudet ja alhainen perustaitojen hallinta - taitojen hierarkisuuden ymmärtämisen, tuen oikeanlaisen kohdentamisen ja systemaattisuuden tärkeys

Matematiikan oppimisvaikeuksilla tarkoitetaan huomattavaa työläyttä oppia matematiikan perustaitoja, kuten aritmetiikkaa, koulussa saatavasta opetuksesta huolimatta. Vaikeuksia arvioidaan esiintyvän noin 5-7%:lla ikäryhmästä mutta jopa 15-20%:lla on arvioitu matematiikan oppimisen jäävän huolestuttavan alhaiseksi yhteiskunnassa toimimisen näkökulmasta.

Oppimisvaikeuksille tyypillistä on, että ne esiintyvät yhdessä muiden oppimisvaikeuksien tai tarkkaavuuden ja toiminnanohjauksen vaikeuksien kanssa. Vain harvoin matematiikan oppimisvaikeuksissa on kyse puhtaasti määrien ja lukujen prosessoinnissa ilmenevistä pulmista vaan tyypillistä on, että vaikeuksien taustalta löytyy myös muita kognitiivisia vaikeuksia.

Oppimisvaikeuksien taustalla olevien tekijöiden tarkempi selvittäminen on paikallaan viimeistään siinä kohdin, kun oppilas ei hyödy hyvästä yleisestä ja tehostetusta tuesta koulussa.

Oppimisvaikeuksilla on neuroaalinen perusta ja vaikeuksia ei sinällään voida poistaa, mutta perustaitojen oppiminen voidaan mahdollistaa systemaattisella ja oikein kohdennetulla tuella. Vaikeuksista huolimatta, oppilaan on mahdollisuus saada onnistumisen kokemuksia, kun oppilaalle tehdään näkyväksi harjoittelun myötä tapahtuva oppiminen. Näin voidaan auttaa oppilasta säilyttämään kiinnostus ja sinnikkyys matematiikan oppimisessa vaikeuksista huolimatta.



Yksilölliset erot lasten matematiikan taidoissa ovat suuria jo koulupolun alussa, mikä luo tarpeen opetuksen eriyttämiselle. Matematiikka koostuu useasta eri osataidoista ja ne ovat osittain hierarkkisessa suhteessa toisiinsa. Tämä tarkoittaa sitä, että oppimisen tukemisessa on tärkeä ymmärtää, miten oppilaan eri matematiikan osataidot ovat kehittyneet ja onko opettavan taidon alla olevat taidot hallussa ja luomassa tarvittavaa perustaitopohjaa. Tuen oikeanlainen kohdentaminen on hyvin keskeisessä asemassa tuesta hyötymisessä sekä oppilaan positiivisten oppimiskokemusten tukemisessa. •

Tuire Koponen

Apulaisprofessori, Jyväskylän yliopisto

Matematiikan oppiminen on tiedon yhteistä rakentelua

Opetan matematiikan didaktiikkaa tuleville luokanopettajille. Olen opettaja ja tutkija. Keskeisiä tutkimusaiheitani ovat matematiikkakuva ja myönteisen matematiikkakuvan rakentaminen, matematiikan oppikirjojen rakenteet, kielentäminen matematiikan opetuksessa ja oppimisessa sekä käsitteiden, kuten esimerkiksi murtolukukäsitteen, rakentuminen koulumatematiikassa. Tutkimusteni ja saatujen kokemusteni pohjalta ovat löytyneet seuraavat opetukseni rakennusaineet: positiivisen matematiikkakuvan rakentaminen ja tukeminen, ymmärryksen rakentaminen koulumatematiikasta opiskelijan omien oivallusten kautta kielentämisen ja konkreettisten välineiden avulla sekä yhteinen tiedonrakentelu yhdessä opiskelijaparin ja koko opiskeluryhmän kanssa. Kaikkia edellä mainittuja rakennusaineita yhdistää avoin ja luotamuksellinen ilmapiiri. Avaan tässä artikkelissa edellä mainittuja näkökulmia koulumatematiikan lähtökohdista.

Myönteinen matematiikkakuva rakentuu oppimisen ilon kautta

Opettajalla on tärkeä rooli oppilaan motivoimisessa sekä oppilaan tukemisessa matematiikan opiskelussa. Niin aikuisen kuin oppilaankin matematiikan oppimisen lähtökohtana tulisi olla mielekkäät kokemukset oppijan lähikehityksen vyöhykkeellä. Silloin, kun oppilaiden lähtötaso on selvitetty, on opetuksen kohdentaminen oppilaan lähikehityksen vyöhykkeelle mahdollista. Mielekkäiden oppimisen kokemusten tulisi koostua kognitiivisista (mm. matematiikan ymmärtämisen kokemukset (matemaattisen ajattelun laajentaminen ja kestävä matemaattisen tietopohjan rakentuminen)), konatiivisista (mm. halu kehittyä matematiikan oppijana (motivaatio)) ja affektiivisista (mm. tunteet (onnistumisen kokemukset)) tekijöistä. Matematiikan oppimisen tilanteissa edellä mainitut tekijät ovat keskenään vuorovaikutuksessa. Motivaatiolla on tässä merkittävä rooli oppimisen syntyä ja ylläpitotekijänä. Myönteiset kokemukset rakentavat pitkäjänteisyyttä ja sitoutumista matematiikan opiskeluun – syntyä oppimisen iloa.

Matematiikan opiskelu on yhteistä tiedonrakentelua

Matematiikan opiskelu on ennen kaikkea ajattelun rakentamista. Jokaisella oppilaalla on oikeus rakentaa omaa matemaattista ymmärrystään vuorovaikutuksessa toisten oppilaiden kanssa konkreetin avulla. Tällöin opettajalla on mahdollisuus seurata ja ohjata oppilaiden ajattelun kehittymistä. Oppilaiden ajattelu näkyy heidän toiminnassaan.

Matematiikan opiskeluun kuuluu oman ymmärryksen mallintaminen toiminnallisesti kuten välineiden, piirrosten, kuvien, kehollisuuden tai luonnollisen avulla sekä matematiikan symbolikielen avulla yhdessä toisten kanssa. Tällainen työskentely ohjaa yhteiseen tiedonrakenteluun, kielentämiseen. Kielentämisessä on kyse matemaattisen ajattelun ilmaisemisesta taktiilisen, toiminnallisen kielen, luonnollisen kielen (puhekielen),

Joustavuudella tulevaisuuden osaajaksi



Arkimatematiikan havainnointi ja matikkapuhe ovat maksuttomien Joustavaan Matematiikkaan -verkkotäydennyskoulutusten kulmakivet. Hops vaan – matikkalasit silmillä lapset innostuvat oppimaan matematiikkaa tavalla, joka auttaa heitä soveltamaan taitojaan uusissa ja erilaisissa tilanteissa. Näin kaintasoiset pikkumatikistit kasvavat tulevaisuuden osaajiksi. Tutkimustietoon perustuvat käytännölläheiset materiaalit ja menetelmät sekä mahdollisuus opiskella omaan tahtiin ovat saaneet kiitosta kurssilai-

silta. Tyytyväisyyden kiirittämä Teknoligianteollisuuden 100-vuotissäätiön korviin, he ovat alkaneet kannustaa tasokkaan JoMa-täydennyskoulutuksen pariin 500e stipendeillä. Liity sinäkin JoMa-gurujen joukkoon. •

Lue lisää:

<https://www.flexibility.fi/>

<https://www.facebook.com/jomakoulutus>

kuviokielen (tarkoittaa sekä piirroksia että kuvia) et-
tä matematiikan symbolikielen avulla. Kielentäminen
pedagogisena lähestymistapana tukee toimimista op-
pilaan lähikehityksen vyöhykkeellä.

Kielentämiseen kuuluu oman ajattelun esille tuo-
minen pienissä ryhmissä tai luokkayhteisössä yhdessä
opettajan kanssa. Kun oppilaat tuovat monimuotoisesti
omaa ajatteluaan esille kielentämisen avulla, he samalla
oppivat kuuntelemaan toisiaan ja refleктоimaan omaa
ajatteluaan. Tämä pätee myös aikuisiin opiskelijoihin,
mikä käy ilmi seuraavista lainauksista opiskelijoitteni
oppimispäiväkirjoista:

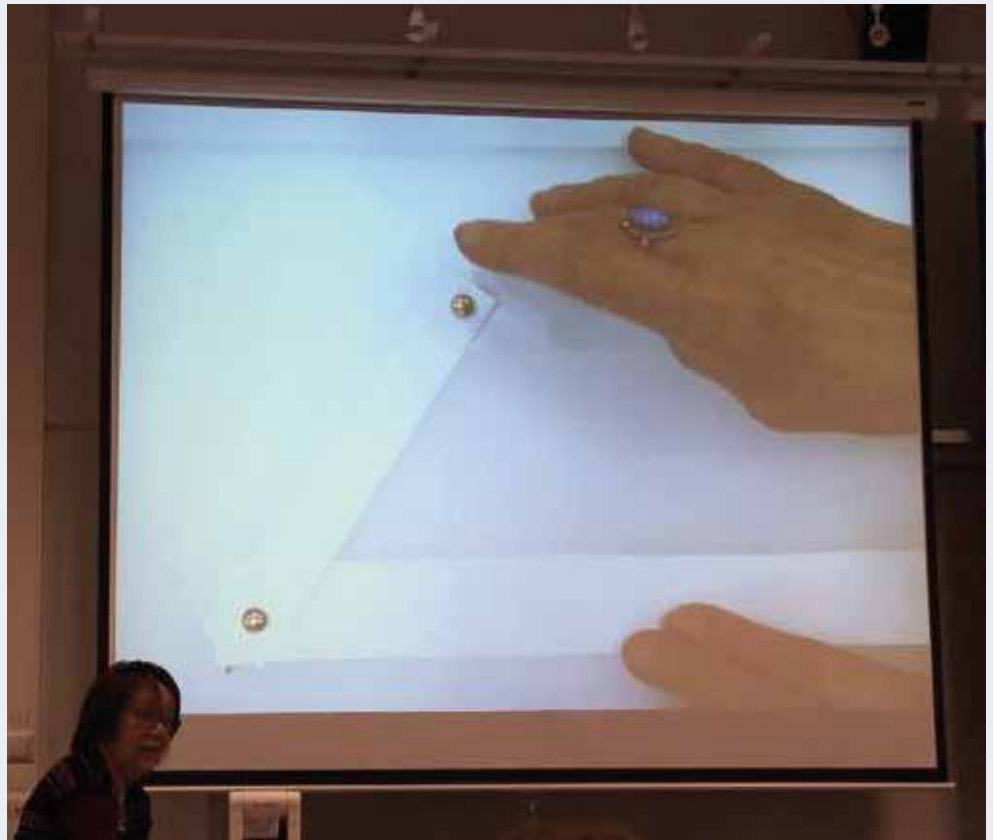
*Aivan parasta tehtävää yhdessä – mitä onnistumi-
sen riemua! Välineet ovat apu oivallukseen! Se on jäl-
leen kerran todistettu.* (Opiskelija 35)

*... kokoonnuimme puhumaan ja pohtimaan mate-
matiikkaa pienemmissä ryhmissä, tästä syystä myös
entistä tehokkaammin.* (Opiskelija 20)

Reflektoidessaan omaa ajatteluaan ja ongelmien
ratkaisuja oppilaat samalla oppivat toisiltaan uusia
lähestymistapoja ja laajentavat näin omaa ymmärrys-
tään esimerkiksi tehtävien ratkaisutavoista. Toisaalta he
voivat myös arvioida ratkaisun oikeellisuutta ja pyytää
tehtävän ratkaisijalta perusteluja. Kielentäminen opet-
taa perustelemaan tehtävän ratkaisuja monipuolisesti,
avaa käsitteiden merkityksiä, opettaa kuuntelemisen
taitoja, ja syventää ymmärrystä matematiikan moni-
muotoisuudesta. Edellytyksenä tällaiselle työskentelylle
on salliva ja luottamuksellinen ilmapiiri. Kielentäminen
avaa näkökulmia jatkuvaan arviointiin. Kun opettaja
kuuntelee oppilaan ratkaisuja, hän voi suunnitella op-
pilaan taitoja kohtaavaa opetusta ja mahdollista tuen
merkitystä. Kielentämisen keskeisinä tavoitteina on
oppia ymmärtämään koulumatematiikan käsitteitä ja
proseduureja sekä oppia soveltamaan matemaattista
tietoa – kielentäminen tuo oppimisen iloa matematiikan
opiskeluun.

Matematiikan oppikirja on hyvä renki mutta huono isäntä

Tutkitusti matematiikan oppikirjoilla on edelleen vah-
va rooli suomalaisessa matematiikan opetuksessa, ja
ne vaikuttavat opettajien tekemiin pedagogisiin rat-
kaisuihin. Oppikirja tai oikeastaan opetusmateriaali on
laadittu opetussuunnitelman perusteiden pohjalta ja
sitä olisi tarkoitus käyttää nykyisen didaktisen tiedon
pohjalta. Oppimateriaalien rakenne noudattaa pitkälti
määritelmälähtöistä lähestymistapaa, jolloin kirjoissa
opetetaan ensin teoria, esimerkiksi uusi käsite, jota
sitten harjoitellaan mekaanisesti toistamalla annettua
mallia. Oppikirjasidonnaisesta opetuksesta tulee hel-
posti yksittäisten käsitteiden ja kaavojen opettamista,
jolloin oppilaille ei välttämättä rakennu siltaa käsittei-
den välille. Matematiikan käsitteiden verkottunut raken-
ne vaatii opettajan ohjausta. Jos matematiikan opiskelu
näyttyy oppilaille pääsääntöisesti oppikirjojen täyt-
tämisenä, laskemisena, niin matematiikan opiskelu voi
näyttytyä tylsänä.



Suunnikkaan tutkimista

Ymmärtävän matematiikan oppimisen näkökulmasta
on keskeistä, että oppilaan pitäisi pystyä rakentamaan
omaa ajatteluaan suhteessa aiemmin opittuun ja toi-
saalta aiemmin opittua tulisi pystyä palauttamaan
mieleen uusissa konteksteissa. Oppilaiden tason, lähi-
kehityksen vyöhykkeen huomioiminen, on suuri haaste
matematiikan oppimateriaaleille. Jos opetus etenee
oppikirjasidonnaisesti, saattaa oppilaan taitotason
huomioiminen unohtua ja oppilas kokee matematiikan
opiskelun haasteellisenä.

Oppimateriaalien pitäisi pystyä huomioimaan
monenlaiset oppijat ja oppimisympäristöjen moni-
muotoisuus. Edellä mainittuun tarvitaan taitavaa opet-
tajaa. Tärkeintä olisikin muistaa, että oppimateriaali
on opettajan työkalu ja oppimateriaali ei saisi liikaa
ohjata opetusta – opetusta ohjaa aina taitava opetta-
ja. Oppimateriaali on hyvä renki mutta huono isäntä.

Lopuksi

Tarvitsemme nyt ja tulevaisuudessa matematiikan osaa-
jia. Parhaimmillaan matematiikan opiskelu on ajattelun
rakentelua, kriittistä tiedonrakentelua sekä perustele-
maan oppimista. Se on tulevaisuuden taitoja parhaimmil-
laan. Annetaan oppilaille mahdollisuus matemaattisen
ymmärryksen rakentamiseen. Seuraavasta opiskelijani
pohdinnasta oppimispäiväkirjassa käy hyvin esille se,
mistä matematiikan opiskelussa on kysymys:

*.... olen mielestäni tehnyt tärkeän oivalluksen si-
säistämällä ajatuksen siitä, ettei matematiikan opet-
taminen voi perustua opettajan omiin subjektiivisiin*

*ominaispiirteisiin matematiikan oppijana. Tavat ja ka-
navat oppia matematiikkaa ovat jokaiselle oppilaalle
yksilölliset ja monipuoliset, joten luokanopettaja ei voi
yksinomaan lähestyä matematiikan opetusta siitä tulo-
kulmasta, miten hän itse on matematiikan käsitteet ja
sisällöt oppinut.* (Opiskelija 15) •

Päivi Perkkilä

Lähteet

Joutsenlahti, J., & Tossavainen, T. (2018). Matemaattisen ajat-
telun kielentäminen ja siihen ohjaaminen koulussa. Teoksessa
J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.) Matematiikan
opetus ja oppiminen (s. 410–431). Niilo Mäki Instituutti.

Lepik, M., Grevholm, B., & Viholainen, A. (2015). Using text-
books in the mathematics classroom – the teachers' view.
Nordic Studies in Mathematics Education 20(3–4), 129–156.

Perkkilä, P., Joutsenlahti, J., & V.-M. Sarenius (2018). Perus-
koulun matematiikan oppikirjat osana oppimateriaali-
tutkimusta. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P.
Räsänen (toim.) Matematiikan opetus ja oppiminen (s. 344–
367). Niilo Mäki Instituutti.

Lähikehityksen vyöhyke on ainoa alue, jossa oppimis-
ta on mahdollista tapahtua. Se on kehitysalue omien
sen hetkisten taitojen ylärajoilla ja sen yläpuolella, mutta
ei liian kaukana, jotta asia on vielä opittavissa. Omalla
lähikehityksen vyöhykkeellään toimiminen takaa riittä-
vän korkean haastetason sekä jatkuvat onnistumisen ko-
kemukset, mikä johtaa tunteeseen oppimisesta. Kaikki
nämä myös nostavat motivaatiota oppia lisää.

Asiaa voi tarkastella myös *optimaalisen oppimisen*
hetkistä käsin. Optimaalista eli parasta mahdollista
oppimisen hetkeä määrittää kolme kriteeriä: oppija
on kiinnostunut aiheesta, hän kokee, että hänellä on
taitoja toteuttaa tehtävä ja että tehtävät tuottavat so-
pivan kokoisia haasteita. Asian voi myös tiivistää siten,
että oppija on kiinnostunut aiheesta ja että toiminta ta-
pahtuu hänen lähikehityksen vyöhykkeellään. Ihminen
myös luontaisesti kiinnostuu asioista, joissa kokee ole-
vansa hyvä, jotka tarjoavat oikean tasoista haastetta
ja joissa hän kokee tulevansa koko ajan paremmaksi.

Matematiikan oppimisen näkökulmasta oppilaat olisi
mahdollista johdattaa jatkuvan oppimisen ja lisääntyvän
kiinnostuksen positiiviseen kierteseen. Tämä onnistuisi
yksinkertaisesti varmistamalla siitä, että jokainen oppi-
las toimisi valtaosan oppituntijasta omalla lähikehityk-
sen vyöhykkeellään. Valitettavasti nykysysteemimme on
sellainen, että positiivinen kierre on lähes mahdotonta,
tai ainakin hyvin vaikeaa toteuttaa käytännössä. Nykyi-
nen systeemi ohjaa vääjäämättä suurimman osan oppi-
laista negatiiviseen kierteseen, eli motivaation laskuun,
luovuuden heikkenemiseen, kiinnostuksen puutteeseen
ja heikkoon matematiikan osaamistasoon. Tämä näkyy
vahvasti sekä kouluviihtyvyyteen että oppimistuloksiin
liittyvissä tutkimuksissa.

Miksi nykysysteemi ei toimi?

Nykysysteemillä tarkoitan tapaa, jossa saman ikätason
oppilasryhmällä on samat oppimisen tavoitteet, heil-
le opetetaan samoja matematiikan teorioita saman-
aikaisesti samoilla esimerkeillä, samoilla tehtävillä ja
kotitehtävillä, ja heille annetaan palautetta keskenään
samojen kokeiden avulla.

Tapamme järjestää opetus ikäryhmien mukaisesti
johtaa koko ikäluokan mittakaavassa väistämättä huo-
noin oppimistuloksiin. Pureudutaanpa tutkimusten
viime vuosina esiin nostamaan faktatietoon.

Kansallinen koulutuksen arviointikeskuksen (Kar-
vi) 2020 julkaiseman tutkimuksen mukaan saman ikä-
tason oppilaiden osaamistaso matematiikassa (ja myös
äidinkieliessä) koulupolun alkaessa heti ensimmäisenä
koulupäivänä on jo kolme kouluvuotta. Kaiken lisäksi
tämä havainto koski keskimääräistä 70 % populaatiota,
eli tuloksesta oli jätetty pois 15 % eniten ja 15 % vähi-
ten matematiikkaa osanneet lapset. Eli toistan asian:
ensimmäisestä koulupäivästä alkaen tavallisen ”keski-
massan” (70 %) lähikehityksen vyöhyke, eli vaikeus-
taso, jossa matematiikan oppiminen on edes mahdol-
lista, sijaitsee kolmen kouluvuoden laajuuisella alueella.

Pisa-tutkimuksen vuoden 2015 aineistosta on tehty
havainto, että 9.luokalla 5 % parhaimpien ja 5 % hei-
koimpien osaamistasoero matematiikassa on jo seit-
semän kouluvuotta. Karvin vuonna 2017 julkaisemas-
sa tutkimuksessa on puolestaan todettu, että toisen
asteen koulutuksen jälkeenkin vielä 4 % nuorista on
matemaattisilta taidoiltaan alakoulun 2. luokkalaisen
tasolla, ja että lähes joka viides (18 %) on enintään 5.
luokkalaisen tasolla. Toisen asteen jälkeen, eli 12 koulu-
vuoden jälkeen, joka viides nuori on noin 7–10 vuotta
jäljessä matematiikan opinnoissa. Miltähän mahtaa tun-
tua istua yli 7–10 vuotta putkeen matematiikan oppi-
tunteilla ymmärtämättä yhtään mitään, kun toiminta
on systemaattisesti räikeästi yli oman lähikehityksen
vyöhykkeen? Lisääntykö motivaatio, kiinnostus ja into
oppia matematiikkaa?

Nykysysteemi ei toimi siitä yksinkertaisesta syystä,
että suurimmalle osalle oppilaistamme ei edes anneta
mahdollisuutta oppia matematiikkaa. Samalla lahjak-
kaimilta estetään mahdollisuus oppia oman poten-
tiaalinsa ylärajoilla. Oman potentiaalinsa mukainen op-
piminen on estetty lähes kaikilta hyvin perusteellisesti
ja systemaattisesti. Lisäksi henkinen musertaminen
ja itseluottamuksen vieminen matematiikkaa kohtaan
varmistaa sen, että omaehtoinen oppiminen kotona
on myös valtaosalle henkisesti mahdotonta. Koulussa
murennettu itseluottamus ei tervehdy kotona ilman
äärimmäisen valvutuneiden ja ammattitaitoisten van-
hempien apua, joita vain hyvin harvalla on matemati-
kan oppimiseen liittyen saatavilla.

Mitä voimme tehdä asian parantamiseksi?

Ensimmäinen asia, mikä yleensä tässä vaiheessa sano-
taan ääneen, on tasoryhmät. Tämä on loogisen ajattelun
tulos, jos faktatieto on pimennossa. Kun osaamistasoero
yhdessä oppilasryhmässä on esimerkiksi 5–7 koulu-
vuoden luokkaa, meidän pitäisi luoda suuruusluokkaa
10–20 rinnakkaista tasoryhmää, jotta näitä ryhmiä voi-
si vetää nykysysteemin kaltaisesti opettajajohtoisesti
tarjoamalla koko ryhmälle samat tavoitteet, samat teh-
tävät ja samat kokeet palautteen antamiseksi. Yleensä
tasoryhmiä mietittäessä ajatellaan kolmea tasoryhmää,
mutta nämä ryhmät olisivat edelleen liian heterogeenisiä
siihen, että nykysysteemin kaltainen menetelmä olisi toi-
miva ja tuottaisi hyviä tuloksia.

Moni opettaja yrittää kuitenkin kovasti ja parastaan,
mistä syystä heille täytyy antaa tästä työstä ja ponnis-
telusta tunnustusta. Moni tekee paljonkin ylimääräis-
tä työtä esimerkiksi järjestämällä matikkakerhoja tai
koulun ulkopuolista toimintaa matematiikan ympärillä.
Itsekin olen joskus sortunut vastaavaan toimintaan.

Valitettavasti tämänlainen toiminta on isossa mitta-
kaavassa ehkä jopa haitallista. Kyseinen ponnistelu
toki vaikuttaa positiivisesti alueellisesti ja pieneen
määrään oppilaita, mutta Suomen ja kokonaisten ikä-
luokkien mittakaavassa tulkitsen tämän kaltaisen toi-
minnan vaikutuksen negatiiviseksi. Ongelma on siinä,



että parastaan tarkoittavien opettajien ponnistelu ei
millään tavalla puutu olemassa oleviin systeemitasen
virheisiin, vaan ennemminkin vahvistaa niitä luomalla
toiminnallisia rakenteita virheellisen perustan päälle.

Se, mitä voimme tehdä asian korjaamiseksi, on
yksinkertaista: otetaan nykyaikaisten tutkimusten esiin
tuomat juuriongelmat vakavasti ja aletaan tehdä toimia
näiden ongelmien ratkaisemiseksi. Ymmärretään, että
nykysysteemiä ei ole rakennettu tutkitun tiedon poh-
jalta, vaan se on historiallinen systeemi, joka on muo-
tunut aikana, jolloin ihmisen aivojen toiminnasta ja
oppimisesta tiedettiin vain vähän. Todetaan, että silmien
ummistaminen faktatiedoilta ei vie meitä eteenpäin.

Muutos parempaan tarvitsee uuden oppimista,
myös opettajilta. Hyväksytään, että emme vielä tiedä,
mikä olisi paras tapa opettaa matematiikkaa koko ikä-
luokalle, mutta samalla hyväksytään, että nykysysteemi
on siinä tutkimuksenkin valossa hyvin huono, tehoton
ja turmiollinen.

Minäkään en tiedä, mikä olisi paras systeemi opet-
taa matikkaa. Se, joka väittää tietävänsä, ei ymmär-
rä, että tieto tässä asiassa ei rakennu ajattelella ja
päättelemällä, vaan kokeilemalla. Yrittämällä, erehty-
mällä ja yrittämällä uudestaan. Sen kuitenkin tiedän,
että ratkaisu on muuta kuin matikkakerhojen, -pajojen,
-leirien, -hankkeiden kaltaiset opettajien tekemät virit-
telmät, jotka rakentuvat nykysysteemin päälle. Joltain
osin tarvitsemme jopa ison moukarin, jolla hakataan
mätää perustaa palasiksi, ja vuosia ja vuosikymmeniä
kärsivällisyyttä, kun luomme uudenlaisen systeemin
kokeillen, yrittäen ja onnistuen.

Jos meitä todellisuuden hyväksyjä on todella monia,
voimme yhdessä tehdä paljonkin. Ilmoittaudun vapaa-
ehtoiseksi mukaan tähän työhön. Vaihtoehtona on us-
koa nykysysteemi riittävän hyväksi ja seurata vierestä,
kun oppimisen into, motivaatio, kiinnostus ja oppimis-
tulokset pysyvät heikolla tasolla. •

Pekka Peura

Onko Suomi jo löytänyt tulevaisuuden?

Usein tarvitsen vähän aikaa, jotta ymmärrän, mikä on kestävää ja mikä ei. Vuosi sitten TEK julkaisi tutkimuksen¹ ”Onko Suomi hukannut tulevaisuuden?”. Siinä pohdittiin varsin laajasti innovaatiotoiminnan tilaa Suomessa. Tutkimuksen kohteena olivat erityisesti koneoppimiseen liittyvät kysymykset, mutta on selvää, että pyrkimys oli tarkastella innovaatiotoimintaa myös yleisemmällä tasolla. Tutkimus oli tehty laadukkaasti Delfoi-tekniikkaa käyttäen, ja siihen oli osallistettu tunnettuja ajatusjohtajia yhteiskunnan neljästä pääilmansuunnasta, quadruple helix²-hengessä.

Kun tutkimusta selaa tänään, on selvää, että sen ajankohtaisuus ei ole yhtään vähäisempi kuin vuosi sitten. Tutkimuksen identifioimat ongelmat eivät ole vuoden aikana korjautuneet juuri mihinkään. Innovaatiostrategia on edelleen epäselvä. Rahaa on vuoden kuluessa kyllä luvattu lisää: on luotu ohjelma, jolla Suomen TKI-panostus nostetaan 4% tasolle. Se on hyvä alku, mutta kirkkaita ajatuksia siitä, miten raha käytettäisiin, odotellaan edelleen.

Tutkimus korostaa osaamisen olevan innovaatiotoiminnan tärkein edellytys. Tämä on raportin selkein viesti. ”Osaaminen” sanana toistuu moneen kertaan, keskimäärin yhden kerran joka sivulla (yhteensä 113 kertaa raportin 112 sivulla). Ja eihän tästä voi olla eri mieltä? Silti varsin vähän on edistytty vaikkapa osaamiseen liittyvän maahanmuuttopolitiikan toimenpiteissä, pikemminkin päinvastoin.

Usein tärkeät heikot signaalit eivät löydy konsensuksen suunnasta, vaan sieltä missä on vahvoja eriäviä mielipiteitä. Raportin mukaan asiantuntijat eivät olleet yhtä mieltä siitä, miten regulaatio vaikuttaa innovaatioihin. Onko koneoppimiseen liittyvä sääntely enemmän hidaste tai jopa este, vai antaako se kasvulle tukevan alustan ja turvalliset reunat?

Viimeisen vuoden aikana Euroopan komissio on julkaissut huomattavan määrän juuri tutkimuksen kohdealueelle osuvaa regulaatiota. GDPR-asetuksen lisäksi on ilmestynyt sääntelyä digitaalisten markkinoiden, palveluiden, datan käytön ja tietoturvan alueille, sekä erityisesti koneoppimiseen liittyen.

Kenties tutkimuksella onkin ollut positiivinen vaikutus näiden sääntelyiden syntymiseen. Jää vielä nähtäväksi, kuinka hyvin näiden sääntelyiden puitteissa innovaatiot kukoistavat, vai nääntyvätkö ne liiallisten kahleiden alle. On selvää, että sääntely vaikuttaa vah-



vasti raportin nostamien tärkeiden asioiden, kuten innovaatioiden kansainvälisen skaalautumisen sekä yritysrakenteiden, laajemmin ekosysteemien dynamiikkoihin.

Tutkimuksessa peräänkuulutetaan systeemistä ajattelua ja siitähän näiden asioiden yhteydessä on kysymys. Jos yritysten toimintaympäristö Suomessa poikkeaa kansainvälisten kohdemarkkinoiden ympäristöstä, innovaatioiden skaalaus ei toimi. EU:n ajama vaatimusten ja standardien harmonisaatio on hyvä asia, ellei se hankaloita kohtuuttomasti suomalaisten yritysten toimintaa EU:n ulkopuolella.

Olen hieman jäävi kehuamaan tätä tutkimusta, sillä olin siinä puuhassa itsekkin pikkuisen mukana. Enkä sitä tietenkään haukkumaankaan ryhdy. Raportti on ehdottomasti lukemisen arvoinen edelleen ja suosittelunkin sen selaamista, vaikka uudestaan. Aikaa on kulunut ja omatkin peukaloisen ajatukset muuttuvat koko ajan, kun kehitys harppoo seitsemän peninkulman saappailaan päivästä toiseen.

Tulee kuitenkin mieleen kysymys, pitäisikö seuraavan tutkimuksen paneutua syvemmälle systeemisyyteen? Uskon, että sieltä löytyisi lääkkeitä tutkimuksen peruskysymykseen, tuottavuuden kasvun katoamiseen Suomesta.

Paradoksaalisesti investoinnit teknologiaan eivät ole saaneet tuottavuutta kasvuun. Ehkä kysymys ei ole kummajaisesta vaan kangastuksesta. Näemme todellisuudesta vain heijastuksen, emme rakennetta. Tuottavuus on aikaisemmin ottanut loikan, kun teknologia on saavuttanut riittävän kypsyyden ja laajuuden markkinoilla.

Joka kerta tähän murrokseen on liittynyt myös jokin uusi raaka-aine ja sen jalostukseen liittyvä uudenlainen tapa toimia. Ehkäpä nyt olisikin oikea aika paneutua datan saatavuuden ja jalostuksen kysymyksiin sekä datatalouden keskeisimmän toimintatavan, monenpuoleisen alustan toimintaan ja laajaan soveltamiseen niin yksityisten yritysten kuin julkisen vallankin hankkeissa. Mistä löytyisi taho tällaisen tutkimuksen tekijäksi?

Paneelin asiantuntijoiden konsensus on kiitettävän tulevaisuususkoinen. Maailman onnellisimman kansan tulisi olla globaalisti kokoaan suurempi kestävä kehityksen toimija. Suomalaisen yhteiskunnan vahvuudet, kuten tasa-arvo, ovat säilyttämisen arvoisia, sillä näin ehkä teemme Suomesta houkuttelevimman maan myös korkean teknologian yrityksille. Näin itsekkin uskon.

Raportin viimeiseen unelmaan vaihtaisin yhden sanan. ”Suomen tulee tavoitella laajaa joukkoa menestyviä yrityksiä yhden Nokian sijasta”. Minusta parempi sana tuossa lauseen lopussa olisi ”rinnalle”. Me tarvitsemme myös tulevaisuudessa niitä harvoja isoja globaaleja yrityksiä, joita meillä jo on. Ja niiden rinnalle tarvitsemme kipeästi pienempiä, mutta kasvuhakuisia, innovatiivisia yrityksiä. •

¹<https://www.tek.fi/fi/palvelut-ja-edut/tutkimus/tek-tutkimus-tyoelama-ja-tyosuhteet/onko-suomi-hukannut-tulevaisuuden-2021>

²”Quadruple Helix on innovaatiomalli, joka laajentaa aikaisemman julkisen, yksityisen ja yliopistojen muodostaman kolmikannan (Etzkowitz H, Leydesdorff L (1998) The endless transition: a “Triple Helix” of university–industry–government relations, introduction to a theme issue.) neljäksi ottamalla siihen mukaan ihmisryhmien innovaatio-toiminnan, kuluttajina tai yksinyrittäjinä startup-tyyliin.

MAHTAVAA MATEMATIIKKA



MALin elokuvaesitykset

The Man Who Knew Infinity



MALin panos Mahtavaa matematiikkaa -teemapäivään oli viime vuoden tapaan matemaatikkoaiheisen elokuvan esittäminen teatterissa jälkikesustelun kera. Elokuvana oli **Srinivasa Ramanujanista** (1887–1920) kertova *The man who knew infinity* (Iso-Britannia, 2015). Esityksiä oli yksi Helsingissä elokuvateatteri Orionissa ja kaksi Oulussa elokuvateatteri Starissa.

Ramanujanin koti oli Intiassa Tamil Nadun osavaltiossa, joka kattaa Intian eteläkärjen itäpuoliskon. Perhe oli tamilinkielinen ja uskonnoltaan hindulainen. Ramanujan innostui koulussa matematiikasta tavattomasti ja ryhtyi tutkimaan sitä intohimoisesti omin päin, osviittanaan vain jokunen kirja. Koulun mittareilla hän loisti ja palkittiinkin tässä yhdessä aineessa, muttei välittänyt muista ja osasi niitä niin huonosti, ettei päässyt edes normaali-yliopisto-opiskelijaksi. Hän sai omin päin hämmästyttäviä tuloksia ja löysi myös matemaatikkoystäviä ja arvostettuja tukijoita, jotka kannustivat häntä yrittämään hakeutua ulkomaisiin huippuyliopistoihin.

Tämä onnistui lopulta, kun Cambridgen yliopiston professori **Godfrey Harold Hardy** (1877–1947) luki Ramanujanin kirjeen, johon sisältyi pitkä lista hänen tuloksiaan – ällistyttäviä yhtälön muodossa esitettyjä väittämiä ilman mitään todistuksia. Toisin kuin eräät aiemmat kirjeensaajat, Hardy ymmärsi, että suurelta osin käsittämättömien väittämien takana saattoi olla ennennäkemätön lahjakkuus, ja kutsui Ramanujanin Cambridgeen vuonna 1914. Ilman tätä hän olisi saattanut jäädä jopa täysin unohduksiin, mutta nyt Ramanujania pidetään yhtenä kaikkien aikojen merkittävimmistä matemaatikoista.

Yllä kuvatussa olisi jo sinällään riittävästi hyvän elokuvan aineksia, mutta draaman aineksia täydentää

ikävä kyllä vielä kaksi traagista elementtiä. Ramanujan sairastui Englannissa vakavasti, diagnoosina oli tuberkuloosi. Lisäksi hän oli Intiasta lähtiessään avio- liitossa ja olisi kutsunut puolisonsa **Janakin** luokseen Englantiin, mutta elokuvan perusteella hänen äitinsä esti tämän matkan katalin keinoin. Sairas Ramanujan palasi kotiin ja kuoli pian sen jälkeen. Hän ehti muutamman Englannin vuotensa aikana kuitenkin nousta matematiikan tunnustettujen suuruuksien joukkoon ja jopa Royal Societyn jäseneksi.

Hardy ei itsekään ollut mikään ”tavis” edes Cambridgen professorien piirissä. Paitsi loistava matemaatikko, hän oli professoriystävänsä **Bertrand Russellin** tavoin ateisti ja sodanvastustaja, joka maailmansodan syttyttyäkin puolusti lujasti näkemyksiään. Ramanujan oli puolestaan syvästi uskonnollinen hindu ja tunsikin matemaattisten tulostensaakin tulevan suoraan jumaltaan.

Elokuva on kauttaaltaan laatutyötä, kuten Cambridgesssä tapahtuvalta historialliselta brittelielokuvalta voi odottaa. Tässä tapauksessa on kuitenkin vielä poikkeuksellisen hyvää sen tarkkuus ja uskottavuus tiedemiesten työn kuvaamisessa. Elokuvan teossa käytettiin apuna matemaatikkoa, jotta asioista puhuttaisiin oikein joka repliikissä. Pieni mutta merkittävä elementti elokuvassa oli myös Ramanujanin yllättävän monien professoreiden ja opiskelijoiden taholta kohdistunut rasismi.



Mielenkiintoisimpia teemoja oli Ramanujanin intuition vahvuus ja sen suhde matematiikan todistusrakennelmien katedraalin rakennustyöhön. Hän oivalsi muille käsittämättömiä asioita, joita ei aina itsekään pystynyt tarkasti perustelemaan. Riemastuttavasti hän kuitenkin onnistui lopulta väittämiensä todistamisessakin, Hardyn sinnikkään ateljeekritiikin ansiosta. Samalla ilmeni, että jumalallinen kaava saattoi vaatia parantelua ennen kuin sen pystyi todistamaan.

Esitysten jälkeisiä keskusteluja vetivät allekirjoittaneet, Helsingissä Ilkka ja Oulussa Esko. Helsingissä oli mukana myös apulaisprofessori **Anne-Maria Ervalla-Hytönen**, joka on Ramanujanin pääalan analyttisen lukuteorian tutkija.

Ervalla-Hytönen kertoi ensimmäisenä kommentinaan, ettei ollut koskaan nähnyt matemaatikkoja ja matemaatikkipuhetta kuvatussa elokuvassa näin asianmukaisesti. Hän myös valaisi tarinassa keskeistä roolia esittäneen tuloksen, ositusten lukumäärän analyttisen arvion merkittävyyttä. Useammassa Orionin puheenvuorossa arvailtiin, miten tällainen selvänäköisyys on mahdollista. Selityksiksi tarjottiin mm. synestesiaa ja alitajuntaa. Esiin nostettiin myös se, miten oleellista jonkun keksimälle ajatukselle on se, että joku toinen sen ymmärtää ja kehittää sitä sitten yhdessä. Myös Hardy on tämän tarinan suuri sankari.

Oulussa oli vilkas keskustelu (45 min) kummankin esityksen jälkeen. Elokuvassa matematiikan tutkiminen ja olosuhteiden asettamat paineet kutoutuivat katsojaa tiiviisti mukana pitäväksi kokonaisuudeksi. Eräs katsoja piti tätä parhaana kaikista näkemistään elokuvista. Puheenvuoroissa todettiin, että sadan vuoden aikana on tapahtunut suuri muutos. Intialainen voi nykyään olla tutkimusryhmän tai laajemman yksikön johtaja englantilaisessa yliopistossa. Ramanujan oli tämän muutoksen edelläkävijä.

Erot nykypäivään nousivat muutenkin esille keskustelussa. Viime vuosina matemaattisia malleja on rakennettu tietokoneita käyttäen ja yhä yleisemmin datapohjaisesti. Näin päästään selvästi laajempiin kokonaisuuksiin, joissa muodollinen todistaminen on korvautunut datastauksella ja ratkaisun toimivuuden analysoinnilla. Analyttisillä ratkaisuilla on edelleen tärkeä merkitys oikeiden suuruusluokkien ymmärtämiseen perustuvassa järjestyystarkastelussa. Matematiikan merkitys ymmärrettiin nykypäivän yleistietona ja eri tieteitä yhdistävänä kielenä.

Yleisössä oli runsaasti myös muita kiinnostuneita kuin MALin alojen edustajia, ja tällaisten tilaisuuksien järjestämistä kiiteltiin. Oulun esityksissä oli yhteensä 124 katsojaa, Helsingissä samaa luokkaa. MALin hallitus päätti jatkaa alkanutta perinnettä, ja varaukset teattereihin ensi vuoden marraskuulle on jo tehty. •

Ilkka Norros
Esko Juuso

Emmy Noether

Olosuhteet eivät olleet otollisia Emmy Noetherille. Hän oli nainen, silloin kun naiset eivät saaneet opiskella tai opettaa. Hän oli vasemmistolainen pasifisti ja juutalainen natsi-Saksassa. Vaikeat olosuhteet eivät häntä lannistaneet. Emmy oli merkittävässä osassa modernin algebran kehityksessä.

Amalie Emmy Noetherin syntymästä tuli keväällä 140 vuotta. Kun hän syntyi 23. maaliskuuta 1882, ei kukaan olisi uskonut, että hänestä tulisi eräs matematiikan historian merkittävimpiä hahmoja. Ei, vaikka Emmyn isä, **Max Noether**, oli tunnettu ja arvostettu matematiikan professori Erlangenin yliopistossa. Noetherien kotona käytiin varmasti monia matemaattisia keskusteluja, varsinkin kun Maxin hyvä ystävä ja kollega **Paul Gordan** kävi usein vierailuilla.

Kuitenkin ajatus siitä, että Emmystä tulisi matemaatikko, oli täysin vieras. Eiväthän tytöt saaneet edes opiskella yliopistoissa.

Emmy vietti tavallisen lapsuuden. Hänen isänsä Max ja äitinsä **Ida o.s. Kaufmann** olivat ylempään keskiluokkaan kuuluvista juutalaissuvuista. Emmyllä oli kolme nuorempaa veljeä: **Alfred**, **Fritz** ja **Gustav Robert**. Vain Fritz, josta hänestäkin tuli matemaatikko, eli Emmyä pidempään.

Emmy kävi Erlangenin kaupungin korkeampaa tyttökoulua, Städtischen Höheren Töchter Schule, jossa opetuksen pääpaino oli englannissa ja ranskassa. Opetusohjelmaan kuului myös kotitaloutta, lastenhoitoa, uskonnollista koulutusta ja pianonsoittoa.

Pianonsoitto oli Emmylle vaikeaa, eikä hän kotitaloustöissäkään ollut parhaimmillaan. Kielissä hän sen sijaan pärjasi hyvin. Emmy osallistui 18-vuotiaana englannin ja ranskan opettamiseen vaadittuun kokeeseen. Kielissä hän sai loistavat pisteet, mutta opetusosuudessa hieman huonommat – tosin ei huonot pisteet nekään.

Tyttyökoulun käytyään Emmy oli opiskellut niin paljon kuin nuorelta naiselta saattoi odottaa. Hänellä oli lupa harjoittaa ammattia, jolla hän voisi elättää itsensä. Emmy Noether päätti kuitenkin tehdä jotakin tavatonta. Hän jatkoi opintoja Erlangenin yliopistossa.

Talvilukukautena 1900–1901 yliopistossa oli kirjoilla vain yksi naispuolinen opiskelija Emmyn lisäksi. Itse asiassa naiset eivät voineet varsinaisesti kirjautua opiskelijoiksi, vaan ainoastaan kuunteluoppilaisiksi ilman mahdollisuutta suorittaa tutkintoa.

Kuunteluoppilainakin naisten tuli saada erikseen lupa luennon pitäjältä osallistua luennoille. Ei ollut tavatonta, että luennoitsija ei myöntänyt lupaa. Emmyä ehkä auttoi se, että hän oli professorin tytär.

Kuunteluoppilaana ollessaan Emmy valmistautui myös ylioppilaskokeeseen, joka miespuolisille opiskelijoille oikeuttaisi suoraan yliopistoon kirjoittautumiseen.

Talvilukukauden 1903–1904 Emmy Noether vietti kuunteluoppilaana Göttingenin yliopistossa, joka oli Saksan matematiikan keskus. Siellä hän osallistui muun muassa **Herbert Minkowskin**, **Otto Blumenthalin**, **Felix Kleinin** ja **David Hilbertin** luennoille. Göttingenin matematiikan laitos oli tunnetusti muita saksalaisia laitoksia liberaalimpi suhtautumisessaan naisopiskelijoihin.

Vuonna 1904 Emmy palasi Erlangeniin. Laki oli muuttunut ja naisetkin saattoivat opiskella oikeina opiskelijoina. Emmy keskittyi pelkästään matematiikan opiskeluun.

Erlangenin yliopistossa oli hänen lisäkseen naisopiskelijoita vain lääketieteellisessä tiedekunnassa. Koko Saksassa oli vain 80 täysipäiväistä naisopiskelijaa.

Emmystä tuli **Paul Gordanin** tohtorioppilas. Paul Gordan oli invariantteorian kiistämätön kuningas. Hänelle oli tyypillistä laskea kaikki valmiiksi päässään ja sitten kirjoittaa virheettömästi paperille. Hänen artikkeleissaan saattoi olla yhteen soittoon kaksikymmentä sivua kaavoja ilman tekstiä.

Emmyn väitöskirja, joka valmistui 1907, käsitteli kolmen muuttujan neljännen asteen polynomin invariantteja. Emmyn lähestymistapa oli Gordanilta omaksettua muodollista laskentaa. Väitöskirjan liitteenä oli luettelo löydettyistä yli 300 invariantista.

Möhemmin Emmy kuvaili väitöskirjaansa termeillä *Rechnerei*, *Formelgestrüpp* ja *Mist* (suomeksi suunnitelmien: laskeskelu, kaavaviidakko ja roska).

Väiteltään tohtoriksi Emmy työskenteli Erlangenin yliopistolla avustajan sijasta isäänsä ja jatkaen omaa tutkimustaan. Tänä aikana hän toimi ohjaajana joillekin tohtorioppilaille, siis epävirallisesti. Mitään varsinaista virkaa hänellä ei ollut, ja palkkaa hänelle ei maksettu.

Paul Gordan jäi eläkkeelle 1910. Häntä seurasi **Erhard Schmidt**, joka toimi virassa vain vuoden. Sitten

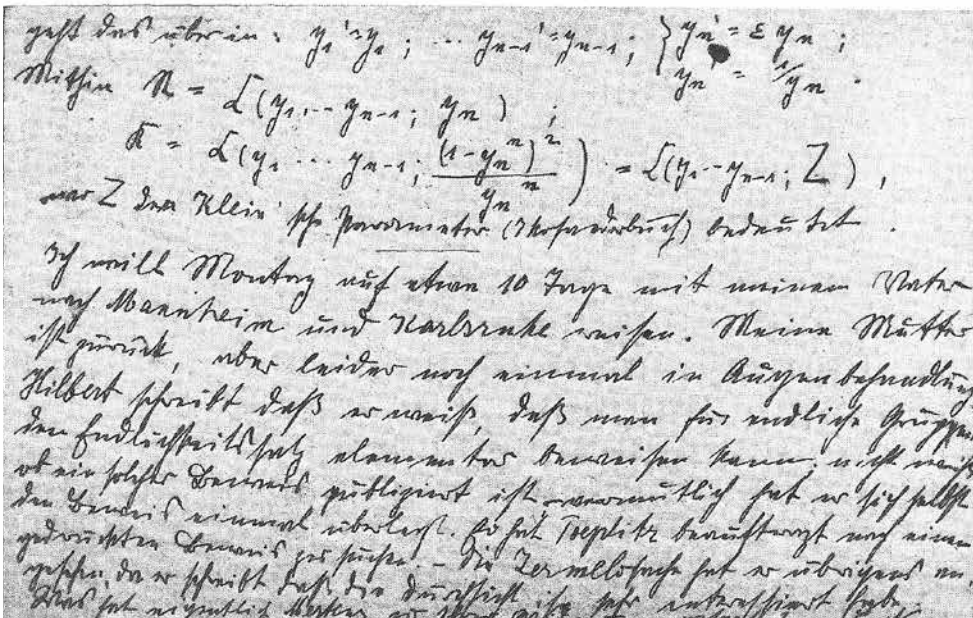


Emmy Noether 1900-luvun alussa.

virkaan astui **Ernst Fischer**. Fischerin kanssa Emmy teki läheistä yhteistyötä. Fischer ja Noether saattoivat puhua matematiikkaa tuntikausien ajan. On säilynyt suuri määrä Emmyn Fischerille lähettämiä postikortteja, jotka ovat täynnä matematiikkaa.

Fischer oli abstraktin hilbertläisen lähestymistavan kannattaja. Hänellä onkin ollut varmasti suuri vaikutus Emmyn siirtymisessä gordanilaisesta puhtaasta laskennallisesta ja algoritmista tyylistä täysin abstraktiin tyyliin.

Keväällä 1915 Felix Klein ja David Hilbert kutsuivat Emmyn avukseen Göttingeniin. Emmystä oli tullut asiantuntija differentiaalisten invarianttien teoriassa. Hilbert ja Klein taas työstivät Einsteinin suhteellisuus-



Emmyn Ernst Fischerille lähettämä postikortti vuodelta 1915.

teorian matemaattista muotoilua, ja heidän työnsä si-
vusi invariantiteoriaa.

Fyysikot tuntevat Emmy Noetherin parhaiten Noe-
therin teoreemasta, kun taas matemaatikot harvoin
koko teoreemaa muistavat. Teoreeman taustalla oli
tarve selvittää energian säilymiseen liittyviä ongelmia.

Teoreema antaa myös paljon yleisemmän ja moni-
käyttöisemmän tuloksen. Nykyään Noetherin teo-
reema on tärkeä apuväline kvanttikenttäteorioissa.
Yksinkertaistettuna teoreema sanoo, että luonnon
lakien invariansseihin tai symmetrioihin liittyy jokin
säilymlaki. Esimerkiksi translaatiosymmetriasta seu-
raa liikemäärän säilyminen ja invarianssista rotaatioi-
den suhteen seuraa liikemäärämomentin säilyminen.

Kun Hilbert ja Klein kutsuivat Emmyn Göttingeniin,
se ei ollut varsinaisesti työtarjous. Heti Emmyn saa-
pumisesta alkaen Hilbert yritti kovasti saada Emmylle
viran. Oli kuitenkin yksi ongelma. Jos tohtori pyrkii yli-
opiston opettajaksi Saksassa, häneltä vaaditaan habi-
litaatio, eräänlainen toinen väitöskirja. Tätä ei Emmylle
naisena suotu. Kerta toisen jälkeen Hilbert yritti puhua
Noetherin puolesta, mutta tuloksetta.

Habilitaatiota tai ei, Emmy kuitenkin opetti. Luento-
jen viralliseksi pitäjäksi merkittiin David Hilbert "neiti
tohtori Noetherin avustamana".

Ensimmäisen maailmansodan jälkeen ja poliittisen
tilanteen muututtua vuonna 1919 Noetherille sallittiin
lopulta habilitaatio ja hän sai luennoida omissa nimis-

sään. Palkkaa hän ei tosin vielä saanut. *Privat-
dozentina* hänellä oli oikeus ottaa pieni maksu suo-
raan opiskelijoilta.

Vuonna 1922 Emmystä tehtiin *nicht beamteter
ausserordentlich Professor* (palkaton apulaisprofes-
sori). Samalla hänelle myönnettiin myös *Lehrauftrag*,
luennointitoimeksianto, johon kuului pieni säännöllin-
nen palkkio. Toisin kuin varsinaiset professorit, hän ei
kuitenkaan ollut valtiollisessa virassa eikä siten ollut
oikeutettu samoihin etuihin tai eläkkeeseen.

Seuraavien vuosien ajan Emmy kehittyi nopeasti.
Erityisen merkittävää on hänen panoksensa ideaalien
teoriaan. Emmy oli siirtynyt kauas Gordanin muodolli-
sesta laskemisesta. Vielä 1900-luvun alussa algebra
oli algebrallisten yhtälöiden ratkomista. Emmy oli mu-
kana – eturintamassa – kun moderni algebra syntyi ja
algebrasta tuli algebrallisten struktuurien tutkimista.

Göttingenistä oli tullut matematiikan Mekka, eikä
vähiten Emmy Noetherin ansiosta. Noetherin ympäril-
le syntyi elinvoimainen algebrallinen koulukunta. Oi-
keastaan kirjaimellisesti Emmyn ympärille. Ne, jotka
Emmyn muistavat, muistavat yleensä erityisesti kaksi
asiaa. Ensiksi, hän puhui harvoin muuta kuin matema-
tiikkaa. Toiseksi, tuntui että hänen ympärillään aina
parveili opiskelijoiden lauma. Noetherin oppilaita, jois-
ta monen väitöskirjan ohjaajana hän toimi, kutsutaan
yleisesti Noetherin pojiksi.

Opettajana Emmy ei loistanut. Hän ei suunnitel-
lut luentojaan etukäteen tarkkaan, vaan esitti usein
loppuun hiomattomia ajatuksia. Luentoja saattoi olla
vaikea seurata. Toisaalta niille, jotka olivat perillä kä-
siteltävästä aiheesta, saattoivat hänen luentonsa olla
todella inspiroivia.

Emmy ei koskaan saanut kunnon virkaa, vaikka mo-
net hänen oppilaistaan sellaisen jo saivatkin. Häntä ei
myöskään koskaan hyväksytty jäseneksi Göttingenin
tiedakatemiaan.

Jonkinlaista tunnustusta Noether sai vuonna 1932,
kun hän täytti 50 vuotta. Sen kunniaksi **Helmut Has-
se** omisti *Mathematische Annalenissa* julkaistun pape-
rin Noetherille. Huomattavampi kunnianosoitus oli **Al-
bert Ackermannin** muistopalkinto matemaattisten
tieteiden hyväksi tehdystä työstä, jonka Emmy sai yh-
dessä **Emil Artinin** kanssa. Siihen kuului myös pieni
rahallinen palkinto.

Suuri kunnia oli myös saada pitää yksi pääesitel-
mistä Kansainvälisessä Matemaattikkokonferenssissa
Zürichissä. Emmyn esitelmän aiheena oli epäkommuta-
tiivisen algebran hyperkompleksiset systeemit ja niiden
yhteys kommutatiiviseen algebraan sekä lukuteoriaan.

Seuraava vuosi oli kuitenkin synkempi. Tammikuus-
sa **Adolf Hitler** nimitettiin liittokansleriksi. Helmikuun
lopussa *Reichstagin*, eli Saksan valtiopäivien talo, paloi
tuhopolton seurauksena. Sen verukkeella kansalais-
vapauksia rajoitettiin. Maaliskuun vaaleissa natsit
saivat ison jytyn. Maaliskuun loppupuolella Dachau-
n keskitysleiri otettiin käyttöön. Maaliskuun lopulla hy-
väksyttiin myös laki, joka teki Hitleristä käytännössä
katsoen diktaattorin.



Emmy Noether vuonna 1930 (lähde: Konrad Jacobs, Erlangen).

Huhtikuussa 1933 annetun määräyksen mukaan juutalaissyntyiset eivät saaneet opettaa yliopistoissa. Päätöksen seurauksena Göttingen, matematiikan Mekka, kuihtui lähes täysin.

Emmyle ajat olivat vaikeat. Hän oli vasemmistomielinen, jopa kuulunut aiemmin vasemmistolaiseen puolueeseen. Lisäksi hän oli pasifisti. Hän oli tietenkin myös juutalainen.

Aluksi Emmy Noether pyrki jatkamaan opettamista kotonaan. Pian kävi kuitenkin selväksi, että hänen olisi parasta lähteä Saksasta. Hän toivoi pääsevänsä Moskovaan, jossa hän oli vierailut yhden lukukauden ajan. Byrokratia siellä osoittautui liian mutkikkaaksi. Oli ehkä hyvä, ettei hän sinne päässyt. Emmyn veli Fritz lähti Siperiaan Tomskin yliopistoon, mutta lopulta hänen kohtalokseen koitui Stalinin vainot. Fritz teloitettiin vakoilusta epäiltynä.

Emmy toivoi myös pääsevänsä Oxfordiin, mutta siitäkään ei tullut mitään. Lopulta hänelle löydettiin paikka pienessä mutta tasokkaassa naisoppilaitoksessa Bryn Mawr Collegessa.

Bryn Mawr sijaitsee lähellä Princetonia, jossa Emmy vieraili luennoimassa ja tapaamassa muita tasoisiaan matemaatikkoja. Voi vain arvailla vaikuttiko Emmyn sukupuoli siihen, ettei hän – eräs aikansa merkittävimmistä matemaatikoista – saanut paikkaa paremmasta yliopistosta.

Bryn Mawrissa hänen ympärillään oli pieni ryhmä innokkaita nuoria naisia, joista yhden väitöskirjaa hän ehti ohjata. Bryn Mawrin tytoista tuli hänelle yhtä rakkaita kuin hänen Göttingen pojistaan.

Emmyn elämän viimeiset puolitoista vuotta olivat hänen onnellisinta aikaansa. Bryn Mawrissa ja Princetonissa häntä arvostettiin tavalla, jolla häntä ei oltu koskaan arvostettu omassa maassaan.

Jos Emmy olisi saanut elää pitempään, kuka tietää mitä hän olisikaan vielä saanut aikaan. Emmy kuoli yllättäen 14. huhtikuuta 1935. Hänelle tehtiin leikkaus, jonka piti olla rutiinioperaatio. Leikkaus onnistuikin, mutta sitä seurasi komplikaatio, joka johti nopeasti kuolemaan.

Viime vuosinaan Emmy oli suunnannut kiinnostuksensa epäkommutatiivisiin algebroidiin. Hänen vaikutuksensa näkyy parhaiten yleisemmissä ajattelutavoissa kuin vain yksittäisissä teoreemoissa. Noetherin vaikutus ulottuu myös algebran ulkopuolelle, ainakin topologiaan.

Einstein kirjoitti muistokirjoituksessa New York Timesissa:

Professori Emmy Noether [...] oli merkittävin luova matemaattinen nero sitten naisten korkeamman koulutuksen alkamisen. Algebran saralla, joka on pitänyt lahjakkaimmat matemaatikot kiireisinä vuositasojia, hän löysi menetelmiä, jotka ovat osoittautuneet valttavan merkittäviksi[.] •



MALin gradupalkinto Elias Vänskälle

MALin pro gradu -palkinto jaetaan vuosittain jollekin matematiikan, fysiikan tai tietojenkäsittelytieteen alalla edellisenä vuotena valmistuneelle työlle. MALin hallitus päätti, palkintotoimikunnan ehdotuksen mukaisesti, palkita **Elias Vänskän** työstään ”Pääkomponenttianalyysiin perustuva mallin reduktio kaasupäästöjen Bayesilaisessa estimoinnissa”. Hän työskentelee Itä-Suomen yliopistossa laskennallisen fysiikan ja inversio-ongelmien tutkimusryhmässä. Palkinnon arvo on 5000 euroa.

Työssään Vänskä kehitti uusia lasermittausta hyödyntäviä estimointimenetelmiä kasvihuonekaasu-

päästöjen määrittämiseen, ja tuloksilla on merkittävää käytännön potentiaalia. Työn seikkaperäinen tiivistelmä löytyy verkkosivulta mal-liitto.fi/uutiset/malin-gradupalkinto-2022-elias-vans.

Vänskä kertoo, että ollessaan kesällä 2020 tutkimus-harjoittelijana laskennallisen fysiikan ja inversio-ongelmien tutkimusryhmässä hän halusi työskennellä jonkin ympäristösovelluksen parissa ja päätyi sen perusteella professori **Aku Seppäsen** ohjattavaksi kasvihuonekaasujen monitorointitutkimukseen. Vänskä asuu Kuopiossa ja jatkokehittää gradunsa menetelmiä väitöskirjaa varten. •



MATEMATIIKASTA KIELI POSKESSA

Ben Orlin on kirjoittanut joukon matematiikka-aiheisia kirjoja. Näistä viimeisimmät ovat *Matematiikkaa – Huonoin piirroksin* ja *Muutos on ainoa vakio – Differentiaali- ja integraalilaskennan viisaus hullussa maailmassa*. Jo nimistä voi päätellä, että kirjat ovat huvittomia. Ne oli aivan pakko lukea viimeiseen kirjaimeen saakka.

Ben Orlin on matematiikan opettaja, joka ei osaa piirtää – kuten eräässä esittelytekstissä todetaan. Piirroksat ovat tikku-ukkoja ja niiden ja tarinoiden avulla Orlin käsittelee matematiikkaa ja matemaattista ajattelua.

Matematiikkaa on kaikkialla. Tähän asti olen käsittänyt sen niin, että matematiikka on kaiken nykyteknologian taustalla, mutta nämä kirjat luettuaan voi todeta, että matematiikkaa todellakin on kaikkialla.

Orlinin mielestä matematiikkaa opetettiin kouluissa yleensä huonosti. Hänen mielestään ratkaisu oli, että matematiikka vaatii parempia selityksiä ja parempia selittäjiä. Koulussa Orlinin oppilaat totesivat hänen piirroksensa olevan järkyttäviä, mutta kuitenkin jollain lailla suloisia. Itsensä nöyryyttäminen on jäänyt olennaiseksi osaksi Orlinin pedagogiikkaa. Ja se toimii.

Kirjoissaan Orlin keskittyy siihen, mitä hän pitää matematiikan ytimenä: sen käsitteisiin.

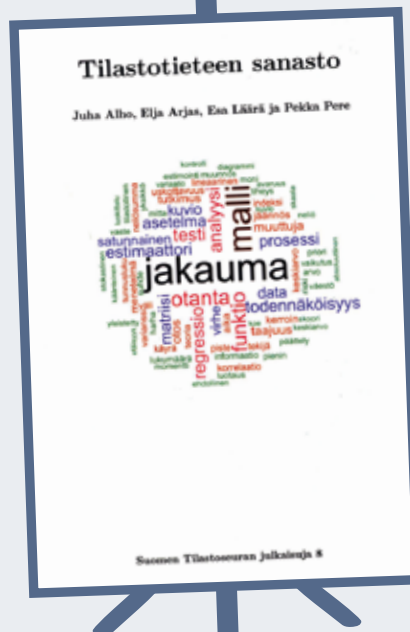
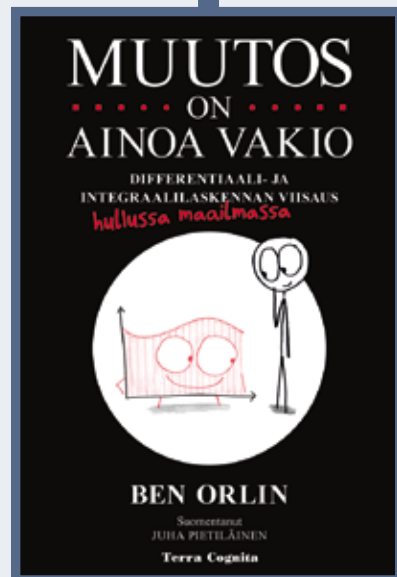
Ensimmäisessä kirjassaan ”*Matematiikkaa huonoin piirroksin*” Orlin käsittelee mm. matematiikan ja tieteen suhtautumista toisiinsa, kolmioiden merkitystä rakentamisessa, todennäköisyyslaskentaa ja siinä erityisesti lantiniheittä ja paljon paljon muitakin asioita. Mutta jotta en spoilaisi liikaa lukukokemusta, jätän loput lukijan löydettäväksi.

Toisessa kirjassaan ”*Muutos on ainoa vakio*”, Orlin käsittelee sitä matematiikkaa, jota nykyään kutsutaan differentiaali- ja integraalilaskennaksi. Tässä tietenkin ensimmäinen työkalu on derivaatta, joka kuvaa hetkelistä muutosnopeutta ja toinen on integraali, joka on äärettömän monen pienen palasen summa.

Kirjan ensimmäisessä osassa nimeltä *Ajanhetkiä*, tutustutaan derivaatan seikkailuihin ja toisessa osassa nimeltä *Ikuisuuksia tarkastellaan integraalia* ja sen kykyä yhdistää pienet pisarat isoksi virraksi.

Kirjoja voi ostaa hyvin varustetuista kirjakaupoista tai niitä voi tilata suoraan kustantajalta Terra Cognita Oy:ltä (www.terracognita.fi).

Martti Annanmäki



TILASTOTIETEEN SUOMI-ENGLANTI-SUOMI

Tilastotieteen sanasto
Suomen Tilastoseura (2021)
181 s., <https://tilastoseura.fi>

Englanti on vakiintunut kansainvälisten luonnontieteellisten julkaisujen kieleksi. Ajattelussa ja käytännön vuorovaikutuksessa ihminen toimii kuitenkin parhaiten ja mieluiten äidinkielellään. Siksi myös perusopetuksessa on mielestäni syytä käyttää lähinnä äidinkieltä. Yliopistotasolla on useimpien kansakuntien siis pystytävä puhumaan asioista täsmällisin termein vähintään kahdella kielellä.

Matemaattisten tieteiden alueella käsitteistö on erittäin runsasta ja järjestään epäkalevalaista. Varsin suurelle osalle matemaattistakin sanastoa on kuitenkin syntynyt suomalaisempaa terminologiaa kuin i:n lisääminen vieraskielisten sanojen loppuun. Tämä ilmenee myös Suomen Tilastoseuran viime vuonna julkaisemasta Tilastotieteen sanastosta, jonka ovat laatineet professorit **Juha Alho, Elja Arjas, Esa Läärä** ja **Pekka Pere**.

Kirjassa on aakkosellinen sanasto sekä suuntaan englanti-suomi että suomi-englanti. Sanojen lukumäärä on suurempi kuin olisit arvannut: yli 3000! Mukana laskussa on tosin samojen peruskäsitteiden variantteja, kuten kuusi versiota autoregressiivisiä prosesseja. Sanaluetteloita edeltää neljä kiinnostavaa johdantolukua, joissa käsitellään sanaston periaatteita, esimerkkejä pulmallisista termeistä, tilastotieteen termien suomentamisen historiaa sekä vertailuja viron tilastosanaston kanssa – viimeksi mainittu lienee useimmille aivan uutta asiaa, vaikka naapureita ollaan. Soveltajien tiuhaan tarvitsemasta termistä *significance* (merkisevyys) ja sen pulmallisuudesta keskustellaan yli kahden sivun verran.

Suomenkielinen tilastotiede on nuorta. Kirja kertoo, että termi ”tilasto” esiintyi ensimmäisen kerran painettuna **Paavo Tikkasen** ilmestyneessä kirjassa 1848 ”Suomen Suuriruhtinaanmaan Nykyinen Tilasto: Yritös Alkeis- ja Rahwaan-kouluin tarpeeksi”. Tikkanen johti ”tilaston” sanasta ”tila”, ajatellen termin *statistik* suhdetta latinan sanaan *status*. Hänen vuonna 1859 ilmestynyt väitöskirjansa esitteli myös sanat ”tilastotiede” ja ”tilastollinen”.

Lopuksi hieman näytteitä suomenkielisestä terminologiasta:

adjusted estimator vakioitu estimaattori,
rukattu estimaattori

backpropagation algorithm vastavirta-algoritmi

Bayesian bayesiläinen, bayesiläinen

clustering ryvästy

ensemble kooste

Gibbs sampler Gibbsin poimija

hazard rate uhkatiheys, uhkafunktio

Ilkka Norros

MALin toimintaa

MALin ekskursio Vaisalalle.

MAL järjesti jäsenkursion Vaisala Oy:lle Vantaalle 18. lokakuuta 2022. Saimme tutustua yhtiön moninaisiin ja innovatiivisiin mittauslaitetuotteisiin ja keskustella niiden kehittäjien kanssa.

MALin ja MAOLin seminaarisarja alkoi Oulussa 11.10.. Ks. sivut 4-7.

Matemaattikkoelokuva. MAL tarjosi viime vuoden tapaan kaikille avoimia teatteriesityksiä matemaattiko-aiheiselle elokuvalle, joka oli tällä kertaa Ramanujanista kertova *The man who knew infinity*. Ks. s. 9.

MALin gradupalkinto. MALin 5000 €:n palkinto annettiin Itä-Suomen yliopistossa opiskelevalle **Elias Vänskälle**. Ks. s. 12.

MALin jäsenilta 5.12.2022. Dosentti, SHV (Sosiaali- ja terveysministeriön hyväksymä vakuutusmatemaatikko) **Raimo Voutilainen** piti esitelmän otsikolla *Matemaattikka liikkeenjohdon välttämättömänä tukena vakuutusyhtiössä*. Keskustelu oli vilkas ja tarjolla oli glögiä, pizzaa ym. Tiivistelmä ja esityskalvot löytyvät MALin verkkosivulla osastossa Menneitä tapahtumia. •

Tulevia tapahtumia

Matemaattisten aineiden kouluopetuksen seminaari II

järjestetään Tampereella keskiviikkona 29.3.2023. Aiheena on opetus yläasteella. Tilaisuutta voi seurata myös etänä. Tarkemmat tiedot tulevat MALin verkkosivuille hyvissä ajoin.

Tiede- ja teknologiailta:

MALin gradupalkinnon saa Elias Vänskä kertoo työstään. Paikka: TEK, Ratavartijankatu 2, Helsinki. Päivä ilmoitetaan myöhemmin.

Kirjoittajakurssi:

MAL järjestää jäsenilleen viikonlopun mittaisen kirjoittajakurssin Päivölän opistossa Valkeakoskella 17.–19.3.2023 alkaen perjantaina 17.00–18.00 ja päättyen sunnuntaina iltapäivällä. Tarkemmat tiedot ja ilmoittautumislomake tulevat MALin verkkosivuille. •

Luuppi ja Hiukkanen kiittää kaikkia festseille osallistuneita!

IntegraatioFest 2022
Tampere 28. - 30.10.

Mikä on IntegraatioFest?

IntegraatioFest, vanhalta nimeltään FysikerFest, on yhteistoimintatapahtuma, joka kerää kokoon matematiikan ja fysiikan opiskelijat ympäri Suomea. Tapahtumassa eri paikkakuntien opiskelijat pääsevät kuulemaan luentoja, sitsaamaan sekä ennen kaikkea harjoittamaan yhteistoimintaa eri ainejärjestöjen välillä. Tänä vuonna Luuppi ry ja Teknis-luonnontieteellinen kilta Hiukkanen ry järjestivät tapahtuman Tampereella. Tapahtumaan osallistui lähes 400 opiskelijaa 12:sta eri ainejärjestöstä/killasta.

IntegraatioFestit tai tuttavallisemmin Festit saatiin jälleen järkeväksi viikonloppuna 28.–30.10. Tampereella sitten vuoden 2015. Ohjelmaa oli suunniteltu jälleen

runsaasti ja suunnitteluun käytetty kuluva vuosi. IntegraatioFestien tavoitteena on nostaa matematiikan ja fysiikan opiskelijoiden yhteenkuuluvuutta sekä yhteisöllisyyttä. Festien tärkeänä osana on myös tieteestä ja uramahdollisuuksista kertominen.

Perjantaina tapahtuma käynnistettiin luennoilla, joiden aiheina oli mm. fraktaalit, työelämä, Lidar-teknologia sekä laskennallinen vaativuus. Ilta jatkui sitsien sekä bileiden tahtiin. Lauantai aloitettiin rauhallisesti skumppameditaatiolla kuunnellen analyysin perusteita. Lauantai jatkui posterisessiolla ja yritysten sekä organisaatioiden esittelyillä. Tänä vuonna mukana oli myös MAL kertomassa toiminnastaan sekä tukemassa rahallisesti muun muassa majoituskustannuksia. Kiitos

heille ja muille mukana olleille sponsoreille ja tukijoille. Lauantai-ilta sai loppuhuipennuksen Bändin esityksellä. Sunnuntaina ennen kotiinlähtöä nautittiin brunssia.

Järjestäjän näkökulmasta tapahtuma oli oikein onnistunut. Luennot herättivät paljon kysymyksiä ja posterisessiossa nähtiin mielenkiintoisia opinnäytetöiden aiheita. Iltaohjelmassa luotiin uusia ystävyys-suhteita ja päästiin näkemään myös vanhoja tuttuja. Festien kehityksen kannalta olisi mahtavaa saada tapahtumaan myös kansainvälisesti ja kansallisesti tunnettuja puhujia. Kannattaa tapahtuma siis vinkata kaverialle. Ensi vuonna Festit järjestetään Lappeenrannassa samoihin aikoihin ja toivottavasti erityisesti MAL nähdään myös siellä! • **Veeti Ahvonen**



TÄYDELLINEN PÄIVÄ

Päiväni ei ole täydellinen, ellen saa ajaa autolla vähintään 100 kilometriä. Autolla ajaessa tietenkin tarvitsee viihdykettä. Siihen asiaan radio on oivallinen väline.

Radiomafiaa kuuntelin aikanaan paljon. Radiomafia aloitti toimintansa vuonna 1990. Sen ohjelmat olivat hyvää viihdettä, vaikkakin ohjelmisto oli suunnattu nuorisolle ja nuorille aikuisille. Joitakin kanavan musiikki-ohjelmia kuuntelin aktiivisesti myös kotiloissa.

Vuonna 2003 Ylellä tehtiin kanavauudistus ja Radiomafia muuttui YleX:ksi. Samalla katosi useita sellaisia ohjelmia, joita olisin mielelläni kuunnellut.

Näin vanhemmiten aloin kuunnella Yle Puheen ohjelmia. Kunnes taas vuodenvaihteessa 2021–2022 tehtiin kanavauudistus. Kanavalta alkoi tulla kaikenlaisia podcasteja ja muuta vastaavaa.

Onneksi nykyään on Yle Areena, josta löytyy ja löydän jopa minäkin haluamaani kuunneltavaa. Saan halutessani esiin perjantaisin esitettävän Poliittikkaradion: Puheet päreiksi-ohjelman, jossa toimittaja **Tapio Pajunen** ja dosentti **Vesa Heikkinen** analysoivat ajan kohtaisia politiikan tapahtumia. Lopuksi aina valitaan päivän politiikan sana. Pakko kuunnella.

Myös Aristoteleen kantapää on ohjelma, joka on kuunneltava. Onhan ohjelman alaotsikkona ”Hiuksia-halkova pilkun viilaus- ja höyläysohjelma”. Alaotsikko antaa ajatuksia siitä, mitä tuleman pitää.

Löysin myös Radio Vegan, Ylen ruotsinkielisen kanavan. Totesin, että kanavalla käsitellyt aiheet olivat itseäni kiinnostavia ja kanavalla soitettava musiikki oli mukavan letkeää, lähes kantrimaista.

Jos tarvitsen taustalle radion soimaan, niin kaikki kanavan ohjelmat käyvät, urheiluohjelmat pois lukien.

Jos ottaa päiväunet radion tuodittamana, niin äkkinaimen urheiluselostus kyllä herättää äkkinaisesti.

Vega Dag, Vega Eftermiddag ja Vega Kväll ovat mukavia kuunnella. Erityisen hyviä ohjelmia ovat Kaffekvarnen, jossa juontaja **Ann-Sophie Sandström** mukavalla rantaruotsin murteella soittaa kuuntelijoiden toiveiden mukaisia yli 40 vuotta vanhoja äänitteitä ja Vega Dans, jossa juontaja soittaa vaihtelevaa tanssimusiikkia.

Kvanthopp on tiedeohjelma, jossa **Marcus Rosenlund** käsittelee kaikkea mahdollista tiedemaailmaan liittyvää alkeishiukkasista avaruuskien laidalle. Ohjelman slogan ”Det du inte viste att du ville veta” kuvaa hyvin ohjelmaa.

Ainakin Vegan Pohjanmaan kanavalta kuuluu ohjelma Dialektväktarna, jossa ohjelmaan voi soittaa tai sitten voi etukäteen lähettää murteisiin liittyviä kysymyksiä ja kommentteja ja juontajapari sitten kommentoi niitä. Pohjanlahden rannikolta ruotsin kielen murteita löytyy, joten kysyttävää riittää.

Naturväktarna on vastaavanlainen luontoon liittyvä ohjelma, jossa asiantuntijat vastaavat erilaisiin luontoaiheisiin liittyviin kysymyksiin.

Yleensäkin kanavalla on runsaasti ohjelmia, joihin kuuntelijat voivat soittaa.

Kun Ylen suunnittelija seuraavan kerran herää 20-vuotisesta horroksestaan ja alkaa suunnitella kanavauudistusta, niin hän voisi kopioida Radio Vegan ohjelmakartan, ja tehdä vastaavat ohjelmat suomen kielellä. Kanavan nimenä voisi olla YleB (B niin kuin Boomer).

Näin päiväni voisivat olla täydellisiä ilman autolla ajettuja matkoja. Ja luonto ja ilmasto kiittäisivät. •

{ MEDIAKORTTI }

MAL-lehden julkaisija:

Matemaattis-luonnontieteellisten alojen Akateemiset ry

Puheenjohtaja:

Esko Juuso puheenjohtaja@mal-liitto.fi

Toimituskunta:

Suvi Lahdenmäki, päätoimittaja

suvi.lahdenmaki@gmail.com

Ilkka Norros tiedottaja@mal-liitto.fi

Martti Annanmäki

Sanna Launiainen

Painettu lehti ilmestyy joulukuussa

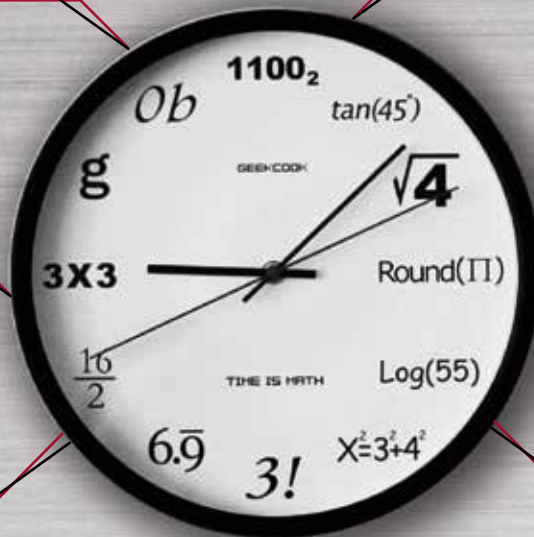
Sähköinen lehti: helmikuu, toukokuu ja syyskuu

Julkaisija varaa itselleen oikeuden ilmestymisaikojen muutoksiin.

Seuraavan lehden aineistopäivä:
15.2.2023

Formaatti: 220x280 mm

Taitto: Sivupainajainen Kirsi Pääskyvuori



{MAL}

Ratavartijankatu 2, 00520 Helsinki

puh. (09) 229 121

www.mal-liitto.fi

toimisto@mal-liitto.fi